



**COMITÉ ESTATAL DE OLIMPIADAS DE MATEMATICAS**  
**21ª OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS**  
**EXAMEN DE GEOMETRIA**  
**Viernes 20 de julio de 2007**

**INSTRUCCIONES:**

- 1.- Cada problema vale 7 puntos
- 2.- Tiempo máximo para resolver el examen 4:30 horas
- 3.- Tiempo para preguntar: Sólo la primera hora, a partir de que te entregan el examen.
- 4.- Contesta problemas diferentes en hojas diferentes y escribe por un solo lado de la hoja.

*Buena Suerte!!!*

**Problema 1** *En un triángulo de área 1 sabemos que sus lados tienen longitudes  $a, b$  y  $c$ , además,  $a \geq b \geq c$ . Demuestra que  $b \geq \sqrt{2}$ .*

**Problema 2** *Sean  $M$  y  $N$  los puntos medios de los lados  $AB$  y  $BC$  de un cuadrado  $ABCD$ . Sean  $P = AN \cap DM$ ,  $Q = AN \cap CM$  y  $R = CM \cap DN$ . Demuestra que*

$$|AMP| + |BMQN| + |CNR| = |DPQR|.$$

*Nota: Aquí  $|S|$  denota el área de una figura  $S$ , por ejemplo, el área de un triángulo  $\triangle XYZ$  se denota por  $|XYZ|$ . También,  $XY \cap ZW$  denota la intersección de las líneas  $XY$  y  $ZW$ .*

**Problema 3** *En el triángulo  $\triangle ABC$  con  $AB > AC$ ,  $D$  es el punto medio del lado  $BC$ ;  $E$  está sobre el lado  $AC$ . Los puntos  $P$  y  $Q$  son los pies de las perpendiculares desde  $B$  y  $E$  a la línea  $AD$ . Demuestra que  $BE = AE + AC$  si y sólo si  $AD = PQ$ .*